

Examen de Mécanique des fluides compressibles – 3h

NOM :

Partie 1 : Connaissances Générales

Répondre « Vrai » ou « Faux » et justifier/commenter brièvement si nécessaire

Barème : Réponse juste : 1.5 pt ; Réponse fausse : 0 pt ;

Total max : 36 pts

Sans documents, sans calculatrices

30 minutes max

1. Une onde de Mach :

- a. est un choc oblique d'intensité infinitésimale. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- b. est aussi appelée caractéristique de Riemann. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- c. est normale à l'écoulement quand le nombre de Mach est égal à 1. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

2. Dans le cas d'un écoulement isentrope :

- a. la pression totale peut varier. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- b. pression, température, et masse volumique varient dans le même sens. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- c. l'écoulement est toujours supersonique. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

3. Quand un écoulement subsonique entre dans une tuyère convergente-divergente :

- a. un blocage sonique se produit forcément. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- b. son débit est variable à volonté en modifiant la pression arrière. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- c. l'écoulement sera isentrope jusqu'en sortie de tuyère. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- d. il peut passer en supersonique n'importe où dans la tuyère. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- e. le débit varie le long de la tuyère. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- f. l'écoulement peut devenir supersonique et redevenir subsonique. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

4. Un choc droit dans un gaz parfait:

- a. ne fait pas varier la température totale. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- b. est isentrope. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- c. se déplace toujours supersoniquement dans un milieu au repos. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- d. est appelé ainsi car il est rectiligne. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- e. est parfois appelé choc de Mach quand il apparaît dans des problèmes de réflexions de chocs. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

5. Un choc oblique :

- a. n'est rien d'autre qu'un choc droit dans un référentiel particulier en mouvement le long du choc. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- b. peut être suivi d'autres chocs dans un écoulement permanent. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- c. préserve la composante de la vitesse tangentielle au choc. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- d. est plus pentu qu'une onde de Mach pour le même nombre de Mach. VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

6. Un écoulement de Prandtl-Meyer:

- a. augmente toujours le nombre de Mach.

VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- b. peut exister dans un écoulement subsonique.

VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

- c. préserve la température totale, mais fait chuter la pression totale.

VRAI FAUX

Justification/Commentaire :

Examen de Mécanique des fluides compressibles – 3h

NOM :

Partie 2 : Exercices

Barème :

Ex 1: 32 pts ; Ex 2 : 32 pts

Total max : 64 pts.

Documents (formulaire, tables) distribués

Jusqu'à 19h15 max

1. Nettoyage avec ondes de choc

Une entreprise suisse a une technologie lui permettant de faire du nettoyage et du détartrage de grands réservoirs à l'aide d'ondes de choc. Le même principe est utilisé dans l'industrie des semiconducteurs pour le dépoussiérage de cartes électroniques. Le but est de déloger les particules de tartre ou de poussière avec des ondes de choc.

Le principe est basé sur deux phénomènes :

1. Génération d'un sursaut en pression, secouant la paroi et délogant ainsi la particule.
2. Entraînement de la particule par le « vent » généré par le passage d'une onde de choc.

Le schéma suivant (Figure 1) est extrait de Smedley *et al.* (1999), résumant les différents phénomènes en jeu en fonction du temps t quand une onde de choc sphérique interagit avec une paroi plane. Un tube à choc crée une onde de choc sphérique qui vient « rebondir » sur la paroi où se trouvent les particules. A fur à mesure que l'onde se propage et interagit avec la paroi, elle génère successivement la situation A (réflexion normale), B (réflexion oblique), et C (réflexion avec choc de Mach).

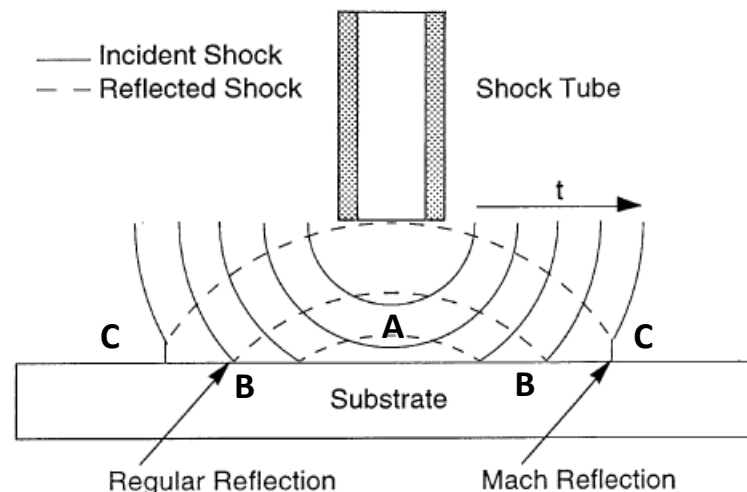


Figure 1

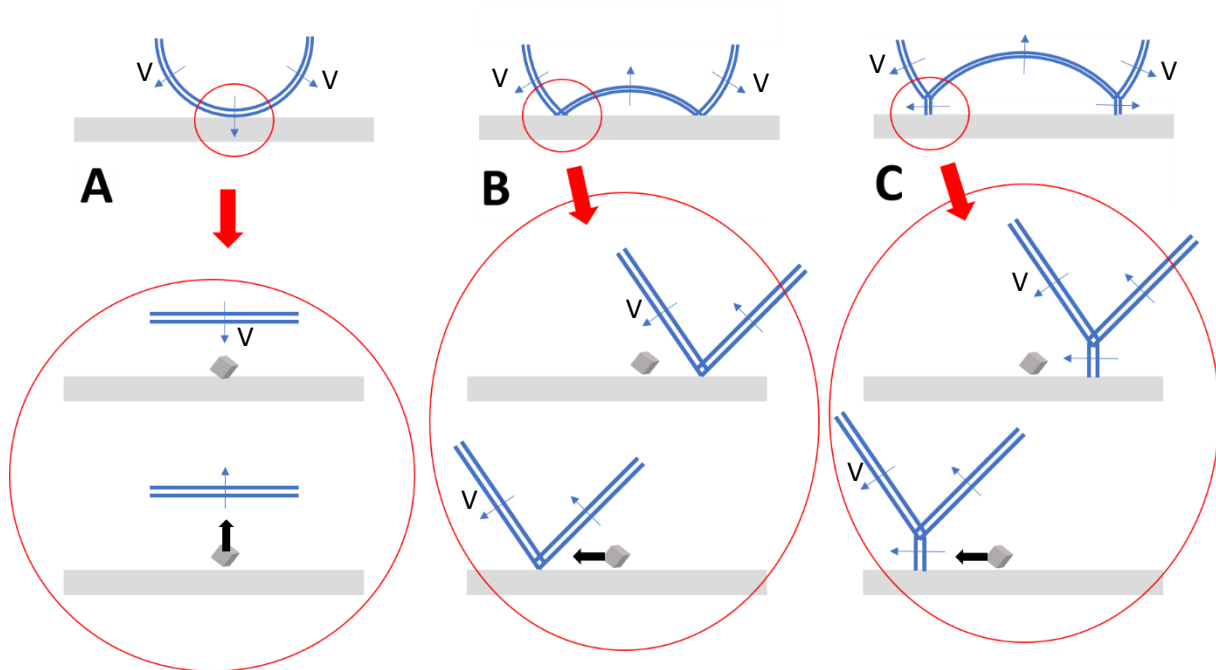


Figure 2

Le schéma ci-dessus (Figure 2) illustre les trois cas A, B, et C pris séparément, en particulier leur effet sur une particule reposant sur la paroi.

On suppose que le front du choc se propage avec une vitesse $V = 1 \text{ km/s}$ dans de l'air au repos à une température de 298 K et une pression de $101'325 \text{ Pa}$. On suppose que la vitesse du front du choc (sphérique) ne change pas en fonction du temps (si les dimensions en jeu sont assez petites). On suppose aussi que localement le choc peut être approximé par un choc plan (et non courbe), comme sur le schéma ci-dessus.

- A. Pour ce premier cas, où l'onde de choc interagit pour la première fois avec la paroi, on peut assimiler le choc à une onde plane se déplaçant dans la direction normale à la paroi et « rebondissant ». Trouver la pression et la vitesse (si non nulle) de l'écoulement après réflexion. Est-ce que la particule est délogée par du « vent » ou par le tremblement de la paroi suite au sursaut en pression ? NB : Traiter d'abord le 1^{er} problème (avant réflexion) en calculant les conditions (pression, vent) en aval du choc (en se mettant dans le référentiel du choc), et ensuite étudier le 2^{ème} problème (en se mettant dans un nouveau référentiel) avec le choc ayant « rebondi » et se propageant dans son sillage. Ce 2^{ème} problème est identique à celui vu dans l'exercice 7.9 en classe, concernant la fermeture d'une vanne. Pour rappel, il peut être résolu en utilisant la relation suivante (qu'il vous fallait trouver dans la séance d'exercice) :

$$\frac{[w_n]}{a_1} = -\frac{2}{\gamma + 1} \left(M_{n,1} - \frac{1}{M_{n,1}} \right)$$

- B. Pour ce cas, l'onde de choc incidente se trouve à un angle $\theta = 30^\circ$ par rapport à la paroi. Montrer que (pour un court intervalle de temps) dans un référentiel se déplaçant à une vitesse $V/\sin\theta$ parallèlement à la paroi, la morphologie est permanente et est celle d'un écoulement de vitesse $V/\sin\theta$, parallèle à la paroi, rencontrant une onde de choc oblique selon le schéma ci-dessous (Figure 3). Montrer alors que la réflexion est régulière (sans choc de Mach) et trouver ainsi la pression et la vitesse du « vent » après le passage de l'onde de choc et de sa réflexion (ne pas oublier de revenir à un référentiel fixe par rapport à la paroi pour avoir le vrai « vent » que voit la particule selon la Figure 2B !).

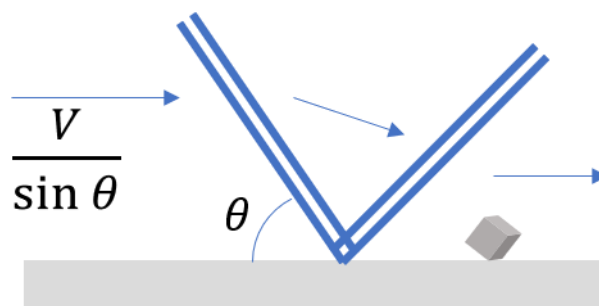


Figure 3

- C. Pour ce troisième cas, l'onde de choc incidente se trouve à un angle $\theta = 60^\circ$ par rapport à la paroi. Comme pour le cas B, montrer que (pour un court intervalle de temps) dans un référentiel se déplaçant à une vitesse $V/\sin\theta$ parallèlement à la paroi, la configuration est permanente et est celle d'un écoulement de vitesse $V/\sin\theta$, parallèle à la paroi, rencontrant une onde de choc oblique selon le schéma ci-dessous (Figure 4), mais que, contrairement au cas précédent, une réflexion régulière n'est pas possible et qu'un choc de Mach apparaît. Trouver la pression et la vitesse de l'écoulement juste en aval de ce choc de Mach (normal à l'écoulement), et trouver ainsi le « vent » que subit la particule (dans un référentiel fixe par rapport à la paroi).

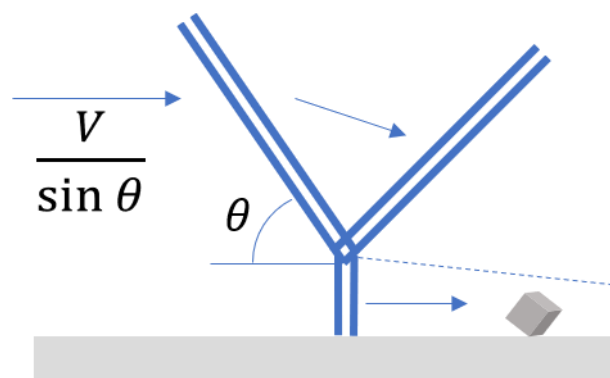


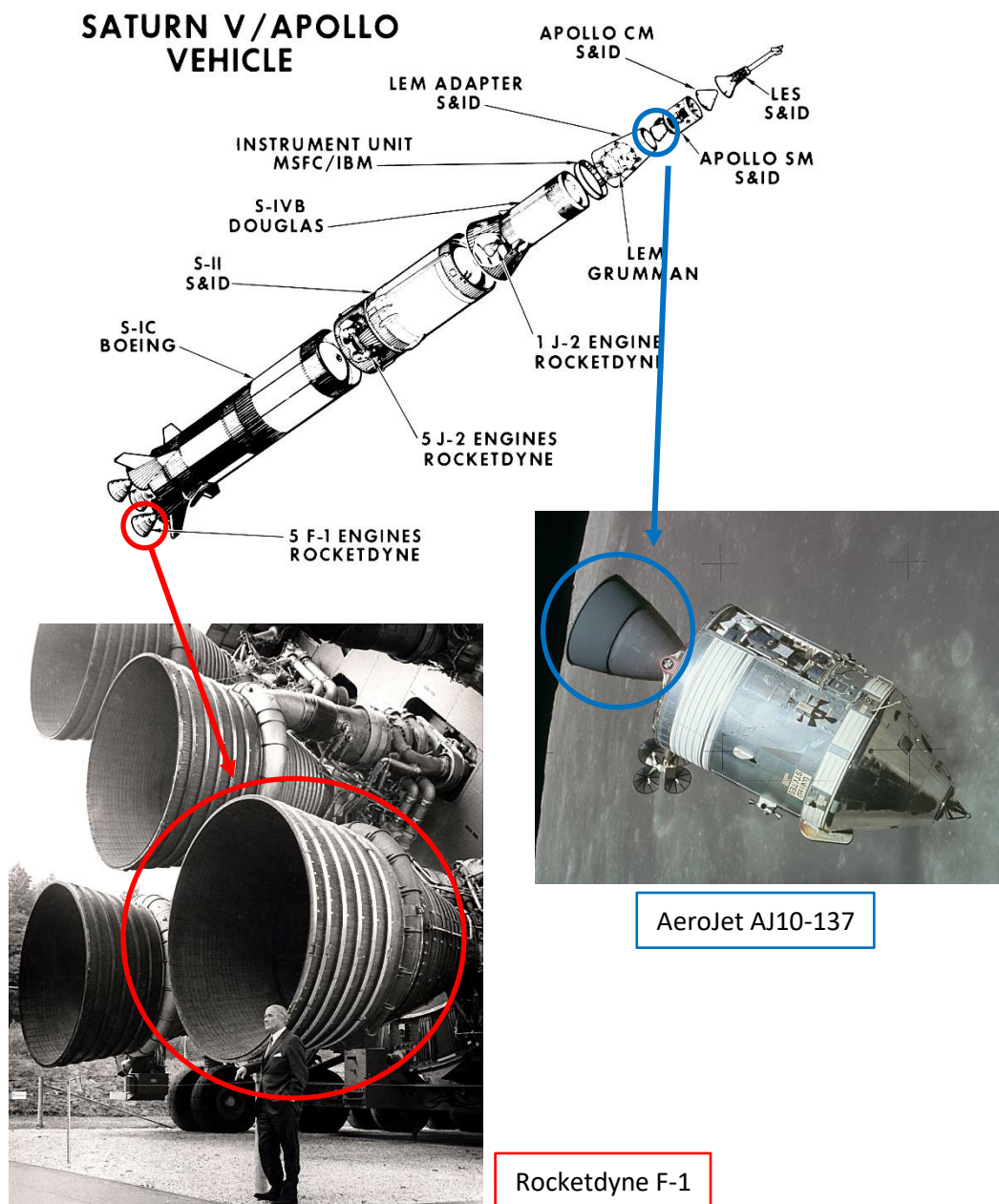
Figure 4

2. Apollo XI

On fête cette année les 50 ans d'Apollo XI et des premiers pas humains sur la lune (21 juillet, dans 26 jours!)

La fusée Saturn V qui a permis cet exploit comprenait un certain nombre de propulseurs (tuyères convergentes-divergentes). Nous allons nous focaliser sur deux de ces propulseurs :

- le Rocketdyne F-1 (la tuyère la plus puissante jamais construite, au nombre de 5), qui a servi au décollage, donc fonctionnant dans un milieu à pression atmosphérique ;
- le AeroJet AJ10-137 (un seul), qui a propulsé le Module de Commande et de Service (CSM), le « mothership » qui a orbité la lune et qui a ensuite ramené les astronautes à la maison, donc fonctionnant dans le vide.





Rocketdyne F-1



AeroJet AJ10-137

	Rocketdyne F-1	AeroJet AJ10-137
Diamètre de sortie (m)	3.6	2.54
Diamètre col (m)	0.9	0.32
Rapport d'aires (sortie/col)	16	63
Pression de réservoir (MPa)	7	0.67
Débit massique (kg/s)	2577	30
Masse molaire des gaz (g/mol)	23.4	21.3

L'objectif est de comprendre pourquoi ces deux tuyères, de tailles assez similaires à vue d'œil, sont en fait grandement différentes en terme de rapport d'aires, de débit massique, et de pression de réservoir.

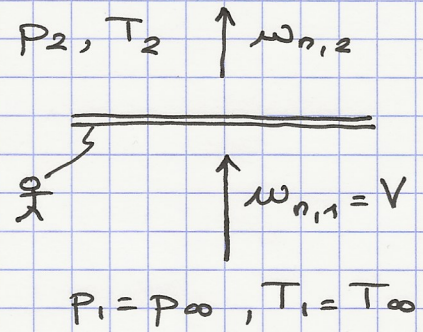
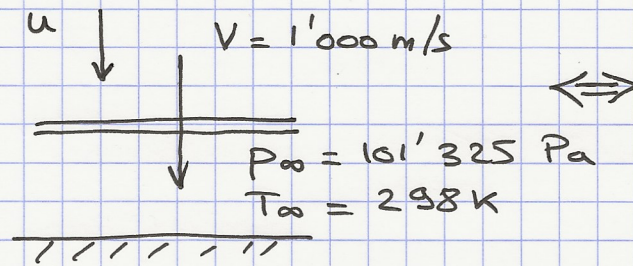
Pour info, le propulseur F-1 fonctionne avec du kérosène et de l'oxygène liquide, produisant ainsi de la vapeur d'eau et du gaz carbonique en sortie. Le propulseur AJ10-137 opère avec un mélange d'hydrazine et UDMH, brûlant avec du peroxyde d'azote, produisant ainsi en sortie de la vapeur d'eau, du gaz carbonique, et de l'azote. On prendra $\gamma = 1.3$ dans les deux cas.

- a. Faire une brève critique sur l'utilisation de $\gamma = 1.3$ dans ce problème.
- b. Vérifier à partir des diamètres que le rapport d'aires entre la sortie et le col donné dans le tableau ci-dessus est juste (pour les deux tuyères).
- c. On suppose que le F-1 opère à pression atmosphérique (101'325 Pa) au décollage, tandis que le AJ10-137 opère dans le vide à pression nulle. Montrer qu'il y a blocage sonique dans les deux cas.
- d. Montrer que l'écoulement est isentrope tout le long de la tuyère, qu'il est supersonique en sortie (pour les deux tuyères), et que le nombre de Mach en sortie est égal à $M = 4.00$ et $M = 5.32$ pour, respectivement, le F-1 et le AJ10-137.
- e. Evaluer la température de réservoir des deux propulseurs. Comparer leur valeur, et commenter par rapport à celle de leur pression de réservoir.
- f. Evaluer la morphologie de l'écoulement en aval de la sortie pour les deux tuyères, en particulier l'angle de l'écoulement après avoir traversé l'onde choc (si présente) ou l'éventail de Prandtl-Meyer (si présent) pour les deux tuyères (en supposant un écoulement bi-dimensionnel). NB : vérifier que la fonction de Prandtl-Meyer est égale à 92.7° pour $M = 5.32$, et 159.2° pour un nombre de Mach tendant vers l'infini.
- g. Evaluer la vitesse de sortie des gaz, ainsi que la poussée des deux tuyères en utilisant la formule approximative :

$$(\text{débit massique}) \times (\text{vitesse de sortie}) + (\text{pression de sortie} - \text{pression arrière}) \times (\text{aire de sortie})$$

- h. En se basant sur les résultats précédents, essayer de justifier les caractéristiques très différentes des deux tuyères.

(A) (I)



$$a_1 = \sqrt{\gamma r T_1} = 346 \text{ m/s}$$

$$M_{n,1} = \frac{V}{a_1} = \frac{1000 \text{ m/s}}{346 \text{ m/s}} = 2.89$$

$$\rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 9.58 \quad \frac{T_2}{T_1} = 2.55 \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 3.75$$

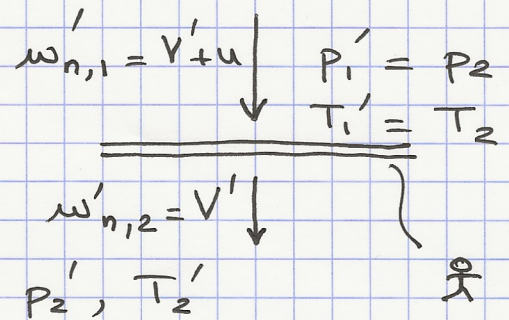
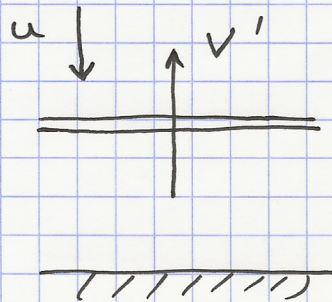
$$\frac{w_{n,2}}{w_{n,1}} = \frac{1}{\rho_2/\rho_1} = 0.27$$

$$\rightarrow P_2 = 970'693 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 760 \text{ K}$$

$$w_{n,2} = 267 \text{ m/s} \rightarrow u = V - w_{n,2} = 733 \text{ m/s}$$

(II)



$$\frac{[w'_n]}{a'_1} = -\frac{2}{\gamma+1} \left(M'_{n,1} - \frac{1}{M'_{n,1}} \right)$$

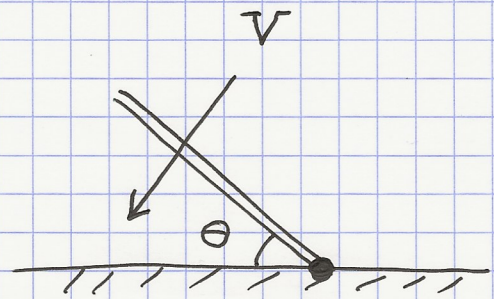
$$[w'_n] = w'_{n,2} - w'_{n,1} = V' - (V' + u) = -u$$

$$a'_1 = \sqrt{\gamma r T_1'} = \sqrt{\gamma r T_2} = 552.6 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow \text{On trouve alors : } M'_{n,1} = 2.07 \rightarrow \frac{P_2'}{P_1'} = 4.83$$

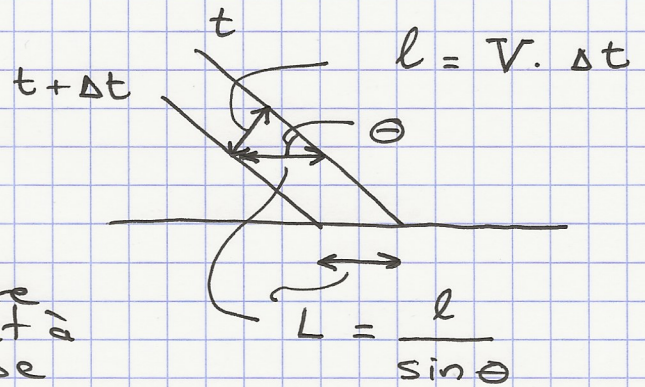
$$\rightarrow \boxed{P_2' = 4.69 \text{ MPa}} \text{ et pas de vent}$$

⑧ Un raisonnement géométrique simple (voir schéma ci-dessous) permet de voir que le point de contact de l'onde de choc oblique se déplace avec une vitesse :



$$\frac{L}{\Delta t} = \frac{l / \sin \theta}{\Delta t} = \frac{V}{\sin \theta}$$

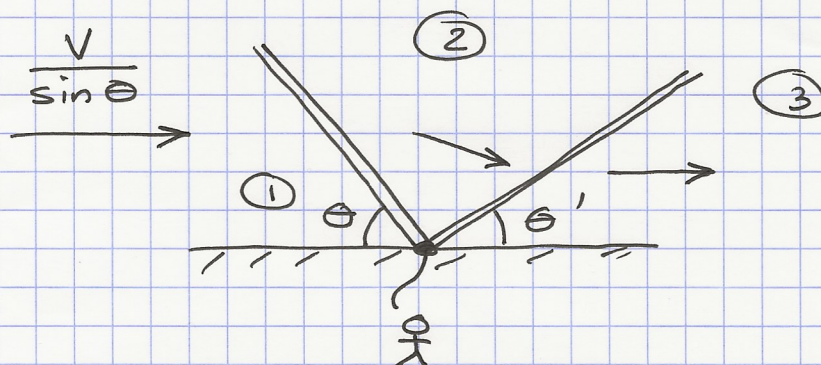
le long de la paroi.



Ainsi, un changement de référentiel avec un repère se déplaçant parallèlement à la paroi, avec une vitesse

$$\frac{V}{\sin \theta}$$

permet d'avoir une configuration permanente :



$$M_1 = \frac{\frac{V}{\sin \theta}}{a_1} = \frac{\frac{1'000 \text{ m/s}}{\sin 30^\circ}}{346 \text{ m/s}} = 5.78$$

Avec $\theta = 30^\circ$, on trouve $\delta \approx 21.25^\circ$

Comme $w_{n,1} = \frac{V}{\sin \theta} \cdot \sin \theta = V$, on a les mêmes valeurs que pour ① :

$$M_{n,1} = 2.89, \quad \frac{P_2}{P_1} = 9.58, \quad \frac{T_2}{T_1} = 2.55$$

$$\frac{w_{n,2}}{w_{n,1}} = 0.27 \rightarrow w_{n,2} = 267 \text{ m/s}$$

$$P_2 = 970'693 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 760 \text{ K}$$

$$w_{t,1} = \frac{V}{\sin \theta} \cdot \cos \theta = 1'732 \text{ m/s} = w_{t,2}$$

$$\rightarrow w_2 = \sqrt{w_{n,2}^2 + w_{t,2}^2} = 1'752.5 \text{ m/s}$$

$$M_2 = \frac{w_2}{\sqrt{\gamma r T_2}} = 3.17$$

Avec $M_2' = 3.17$ et $\delta' = 21.25^\circ$ ($= \delta$)

on trouve $\theta' = 38^\circ$

$$M_{n,2}' = M_2' \cdot \sin \theta' = 1.95$$

$$\frac{p_3}{p_2} = 4.26, \quad \frac{T_3}{T_2} = 1.65, \quad \frac{\rho_3}{\rho_2} = 2.59 = \frac{w_{n,2}'}{w_{n,3}}$$

$$\rightarrow \boxed{p_3 \approx 4.1 \text{ MPa}}$$

$$w_{n,2}' = M_{n,2}' \cdot \sqrt{\gamma r T_2} = 1'077.6 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow w_{n,3} = 416 \text{ m/s}$$

$$w_{t,3} = w_{t,2}' = M_2' \cdot \cos \theta' \cdot \sqrt{\gamma r T_2} = 1'380.4 \text{ m/s}$$

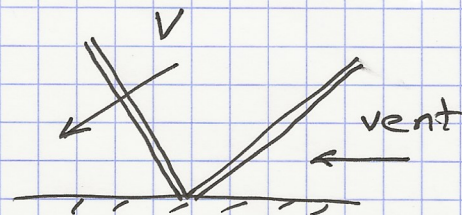
$$\rightarrow w_3 = 1'441.7 \text{ m/s}$$

En revenant au repère de la paroi :

$$\text{vent} = \frac{V}{\sin \theta} - w_3$$

$$= \frac{1'000 \text{ m/s}}{0.5} - 1'441.7 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow \boxed{\text{vent} = 558.3 \text{ m/s}}$$



$$\textcircled{C} \quad M_1 = \frac{\frac{V}{\sin \Theta}}{a_1} \quad \text{avec} \quad \Theta = 60^\circ$$

$$\rightarrow M_1 = 3.34$$

$$\text{Avec} \quad \Theta = 60^\circ, \quad \delta = 35.2^\circ$$

Comme précédemment :

$$M_{n,1} = 2.89, \quad \frac{P_2}{P_1} = 9.58, \quad \frac{T_2}{T_1} = 2.55, \quad \frac{\omega_{n,2}}{\omega_{n,1}} = 0.27$$

$$\rightarrow \omega_{n,2} = 267 \text{ m/s}$$

$$T_2 = 760 \text{ K}$$

$$\omega_{t,1} = \frac{V}{\sin \Theta} \cdot \cos \Theta = 577 \text{ m/s} = \omega_{t,2}$$

$$\rightarrow \omega_2 = \sqrt{\omega_{n,2}^2 + \omega_{t,2}^2} = 635.8 \text{ m/s}$$

$$M_2 = \frac{\omega_2}{\sqrt{\gamma T_2}} = 1.15$$

$$\text{Avec} \quad M_2' = 1.15 \quad \text{et} \quad \delta' = 35.2^\circ$$

il n'y a pas de solution pour Θ' :

on a donc un choc de Mach.

$$\text{Avec} \quad M_1 = 3.34$$

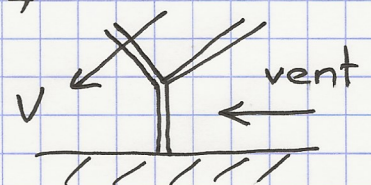
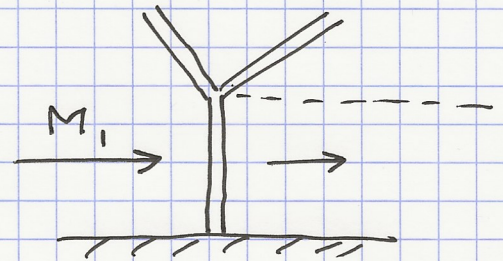
$$\frac{P_2}{P_1} = 12.85, \quad \frac{T_2}{T_1} = 3.1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 4.14 = \frac{\omega_{n,1}}{\omega_{n,2}}$$

$$\rightarrow \boxed{P_2 \approx 1.3 \text{ MPa}}$$

$$\omega_{n,2} = \frac{\omega_{n,1}}{4.14} = \frac{\frac{V}{\sin \Theta}}{4.14} = 278.9 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow \text{vent} = \frac{V}{\sin \Theta} - \omega_{n,2} = \boxed{875.8 \text{ m/s}}$$



(a) Au vu des différents gaz (H_2O , CO_2 , N_2) et de la variation de la température le long de la tuyère, le fait de choisir $\gamma = 1.3$ et de forcer cette valeur à être constante est une hypothèse osée. Il faudrait connaître la proportion des gaz ainsi que la température, et ensuite évaluer γ avec précision en fonction de la position dans la tuyère.

(b) F-1 :
$$\frac{A_{sortie}}{A_{col}} = \left(\frac{3.6}{0.9} \right)^2 = 16 \quad \checkmark$$

AJ10-137 :
$$\frac{A_{sortie}}{A_{col}} = \left(\frac{2.54}{0.32} \right)^2 = 63 \quad \checkmark$$

(c) Dans le cas du AJ10-137, comme la pression arrière est nulle (vide), il y a bien évidemment blocage sonique.

Pour le F-1, on peut évaluer p^* (au col) :

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \approx 0.54 \quad (\text{avec } \gamma = 1.3)$$

Avec $p_0 = 7 \text{ MPa} \rightarrow p^* = 3.8 \text{ MPa}$

Comme $p_{arrière} = 101'325 \text{ Pa} < p^*$, il y a forcément blocage sonique.

Remarque : il pourrait y avoir blocage sonique pour $p_{arrière} > p^*$ (voir cours).

(d) Supposons que l'écoulement est bien isentrope tout le long de la tuyère et trouvons la pression en sortie de tuyère.

Comme il y a blocage sonique, $A_{col} = A^*$

* F-1 :
$$\frac{A_{sortie}}{A^*} = 16 \leftrightarrow M = 4.00$$

(prendre la formule $\frac{A}{A^*} = f(M)$ F.61

et vérifier que $M = 4.00$ donne la bonne réponse)

$$\frac{P_0}{P_{\text{sortie}}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

7 MPa $M = 4.00$

$$\rightarrow P_{\text{sortie}} = 34.8 \text{ kPa}$$

Avec un choc droit en sortie, on aurait :

$$\frac{P_2}{P_{\text{sortie}}} = 17.96 \rightarrow P_2 \gg 101'325 \text{ Pa}$$

→ ainsi il doit y avoir des chocs obliques (moins intense qu'un choc droit) permettant à la pression de remonter de 34.8 kPa à 101.325 kPa

L'écoulement est donc bien isentrope tout le long de la tuyère pour le F-1.

$$* \text{ AJ10-137 : } \frac{A_{\text{sortie}}}{A^*} = 63 \leftrightarrow M = 5.32$$

Avec la même procédure, on trouve :

$$P_{\text{sortie}} = 509.4 \text{ Pa}$$

Comme la pression arrière est nulle (vide), il doit y avoir une détente de PM en sortie.

L'écoulement est donc bien isentrope tout le long de la tuyère pour l'AJ10-137.

(e) Comme il y a blocage sonique, on peut utiliser l'expression du débit au col (F.68) :

$$\frac{\dot{m}^* \sqrt{r T_0}}{P_0 A^*} = \sqrt{\gamma} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0.667$$

\uparrow
 $\gamma = 1.3$

Il nous faut évaluer r pour les deux tuyères.

$$* F-1: \quad r = \frac{R}{c_6} = \frac{8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}}{0.0234 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} = 355.3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\dot{m}^* = \dot{m} = 2.577 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$p_0 = 7 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$A^* = A_{\text{col}} = \pi \frac{(0.9)^2}{4} = 0.636 \text{ m}^2$$

$$\rightarrow T_0 = 3.737 \text{ K}$$

$$* AJ 10-137: \quad r = \frac{R}{c_6} = \frac{8.314}{0.0213} = 390.3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\dot{m}^* = \dot{m} = 30 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

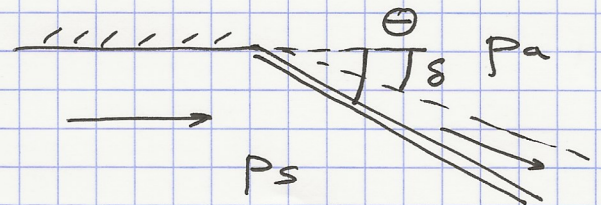
$$p_0 = 6.7 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$A^* = A_{\text{col}} = \pi \frac{(0.32)^2}{4} = 0.0804 \text{ m}^2$$

$$\rightarrow T_0 = 3.674 \text{ K}$$

⑨ * F-1

$$\frac{P_a}{P_s} = \frac{101.325}{34.800} = 2.91$$



$$\rightarrow M_{n,s} = 1.64$$

$$\sin \theta = \frac{M_{n,s}}{M_s} = \frac{1.64}{4.00} \rightarrow \theta = 24.2^\circ$$

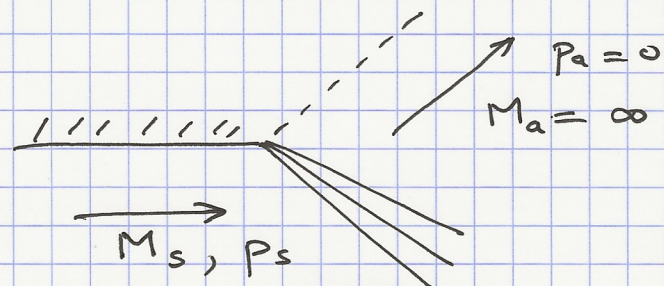
$$\rightarrow \boxed{\delta = 12.7^\circ}$$

* AJ 10-137

Since $p_a = 0$

$$\frac{P_0}{P_a} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\rightarrow M_a \rightarrow \infty$$



$$\nu(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M^2-1)} - \tan^{-1} \sqrt{M^2-1}$$

Avec $\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1} x = 90^\circ$

$$\rightarrow \lim_{M \rightarrow \infty} \nu(M) = 90^\circ \left(\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} - 1 \right) \underset{\substack{\uparrow \\ \gamma=1.3}}{=} 159.2^\circ$$

$$M_s = 5.32 \rightarrow \nu(M_s) = 92.7^\circ$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \Delta S &= \nu(M_s) - \nu(M_a) \\ &= 92.7^\circ - 159.2^\circ \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta S = -66.5^\circ}$$

⑨ * F-1 : $M_s = 4.00$

$$\frac{T_0}{T_s} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_s^2 \rightarrow T_s = 1'099 \text{ K}$$

$$\rightarrow a_s = \sqrt{\gamma r T_s} = \sqrt{(1.3)(355.3)(1'099)} = 712.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow V_s = M_s \cdot a_s = 2'850 \text{ m/s}$$

$$F = \dot{m} \cdot V_s + (p_s - p_a) A_s$$

$$= (2'577)(2'850) + (34'800 - 101'325) \pi \frac{(3.6)^2}{4}$$

$$F = 7.34 \text{ MN} - 0.67 \text{ MN}$$

$$\boxed{F = 6.67 \text{ MN}}$$

* AJ10 - 137: $M_s = 5.32$

$$\rightarrow T_s = 700.4 \text{ K}$$

$$\rightarrow a_s = 596.1 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow V_s = M_s \cdot a_s = 3'171 \text{ m/s}$$

$$F = \dot{m} \cdot V_s + (p_s - p_a) A_s$$

$$= (30) (3'171) + (509.4) \pi \frac{(2.54)^2}{4}$$

$$F = 95.1 \text{ kN} + 2.6 \text{ kN}$$

$$F = 97.7 \text{ kN}$$